

13. a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4} = 2$$

Legyenek f , g és h függvények a valós számok halmazán értelmezve úgy, hogy

$$f(x) = x - 1, \quad g(x) = 2^x, \quad h(x) = |x| - 3.$$

b) Adja meg annak a függvénynek a betűjelét, amely a (-2) -höz (-1) -et rendel!

c) Töltse ki az alábbi táblázatot az „igaz” és „hamis” szavakkal annak megfelelően, hogy az adott kijelentés igaz vagy hamis az adott függvény esetén!

	van zérushelye	monoton növekvő a teljes értelmezési tartományon	van minimuma
f			
g			
h			

14. A 2016-os nyári olimpiai játékok női súlylökés versenyszámának döntője alapján készült az alábbi, hiányosan kitöltött táblázat, amely az első öt helyezett dobásainak hosszát mutatja. Egy adott versenyző eredménye az érvényes dobásai közül a legnagyobb. A táblázatban az \times az érvénytelen dobást jelzi.

Név (ország)	1. dobás (m)	2. dobás (m)	3. dobás (m)	4. dobás (m)	5. dobás (m)	6. dobás (m)	Eredmény (m)	Helyezés
Valerie Adams <i>Új-Zéland</i>	19,79	20,42	19,80	\times	\times	20,39		
Michelle Carter <i>Egyesült Államok</i>	19,12	19,82	19,44	19,87	19,84	20,63		
Kung Li-Csiao <i>Kína</i>	18,98		19,18	\times	\times	\times	19,39	
Márton Anita <i>Magyarország</i>	17,60	18,72	19,39	19,38	19,10	19,87		
Raven Saunders <i>Egyesült Államok</i>	18,88	\times	\times	\times	\times	19,35		

a) Töltse ki a táblázat tíz üres mezőjét!

b) Számítsa ki Márton Anita hat dobásának átlagát és szórását!

A súlylökés, mint versenyszám hivatalos leírásában ez szerepel:

„A súlylökés a nőknél 4 kg-os, vashól vagy sárgarézből készült, gömb alakú, tömör fémgolyóval történik, melynek átmérője nagyobb, mint 9,5 cm, de kisebb, mint 11 cm.”

c) Hány centiméter a sárgarézről készülő 4 kg-os golyó átmérője, ha 1 cm^3 sárgaréz tömege 8,73 gramm?

15. Egy textilgyár felmérést készített, hogy a vásárlói igényeknek megfelelő arányban gyárthassa le törölközőit. Megkérdeztek 500 járókelőt arról, hogy négy lehetséges szín közül melyik színben vásárolnának legszívesebben ilyen törölközőt. Az alábbi táblázatban látható a felmérés eredménye.

	kék	sárga	piros	zöld
válaszok száma	176	153	124	47

A gyár a válaszoknak megfelelő arányban határozta meg az egyes színekből készülő törölközők darabszámát.

a) Számítsa ki, hogy hány kék, sárga, piros, illetve zöld törölközőt gyártottak, ha összesen 10 000 darab készült! A darabszámokat százásokra kerekítve adja meg!

Négy kék, két sárga és egy piros törölköző közül (visszatevés nélkül) véletlenszerűen kiválasztunk kettőt.

b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindkét törölköző sárga lesz?

A textilgyárban dolgozók között tavaly háromszor annyi nő volt, mint férfi. Idén felvettek még 70 nőt és 6 férfit, így már négyszer annyi nő dolgozik a gyárban, mint férfi.

c) Hány nő és hány férfi dolgozója van a gyárnak idén?

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

16. Egy háromszög csúcsai a koordináta-rendszerben $A(-8; -12)$, $B(8; 0)$ és $C(-1; 12)$.

Az A pontnak a B pontra vonatkozó tükörképe a D pont.

a) Számítsa ki a D pont koordinátáit!

b) Írja fel az ABC háromszög B csúcsán áthaladó magasságvonalának egyenletét!

c) Igazolja, hogy az ABC háromszög B csúcsánál derékszög van!

Az A , B és C pontokat szeretnénk a kék, zöld és sárga színekkel színeznünk úgy, hogy mindhárom pontot színezzük valamelyik színnel, de egy színezésen belül nem használjuk fel mindhárom színt.

d) Hány különböző színezés lehetséges ezekkel a feltételekkel?

17. Egy erdészetben azt tervezték, hogy 30 nap alatt összesen 3000 fát ültetnek el úgy, hogy a második naptól kezdve minden nap 2-vel több fát ültetnek el, mint az azt megelőző napon.

a) Hány fát kellett elültetni az első napon, és hány fát kellett elültetni a 30. napon a terv teljesítéséhez?

A telepítés után egy évvel három szempontból vizsgálják meg a telepített fák állapotát. Ha valamelyik nem fejlődik megfelelően, akkor az N jelet kapja. Ha fertőző betegség tünetei mutatkoznak rajta, akkor a B jelet, ha pedig valamilyen fizikai kár érte (pl. a szél megrongálta), akkor az F jelet kapja. Egy fa több jelet is kaphat.

Az összes jelölés elvégzése és összesítése után kiderült, hogy a telepített 3000 fa közül N jelet 45, B jelet 30, F jelet 20 fa kapott. Ezekon belül N és B jelet 21, N és F jelet 13, B és F jelet 4 fának adtak. 2 olyan fa van, amely mindhárom jelet megkapta.

b) Töltse ki az alábbi halmazábrát a megfelelő adatokkal!

Állapítsa meg, hogy hány olyan fa van a telepítettek között, amelyek nem kaptak semmilyen jelet!

Egy erdő faállománya az elmúlt időszakban évről évre 3%-kal növekedett. A faállomány most $10\,000\text{ m}^3$.

c) Hány év múlva éri el az erdő faállománya a $16\,000\text{ m}^3$ -t, ha az továbbra is évről évre 3%-kal növekszik?

18. Egy sétálóutca díszburkolatát ötszög alapú egyenes hasáb alakú kövekkel készítik el. (Az ábrán négy ilyen követ lehet látni a burkolaton megfigyelhető elrendezésben.)

A kő alapját képező $ABCDE$ ötszög tengelyesen szimmetrikus (egy, a D csúcson átmenő egyenesre), négy oldala 10 cm hosszú, három szöge 120° -os, az ábrának megfelelően.

a) Számítással igazolja, hogy az AED és a BCD háromszög derékszögű!

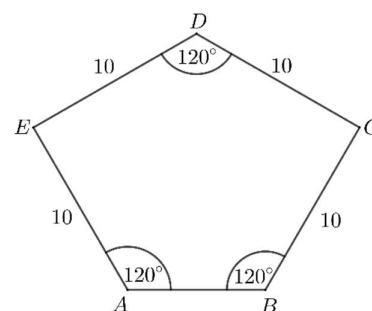
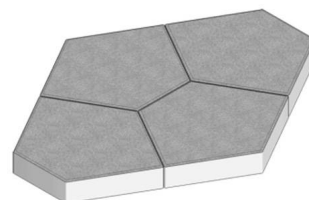
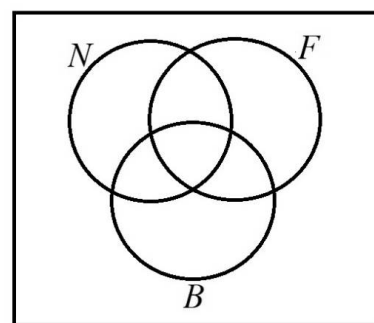
b) Számítsa ki az $ABCDE$ ötszög területét!

Róbert egy járdaszakaszt egyedül 20 óra alatt burkolna le ezzel a kővel, Sándor ugyanazt a munkát egyedül 30 óra alatt végezné el.

c) Mennyi idő alatt végeznek, ha együtt dolgoznak?

Ezt a követ szürke és sárga színben árulják a kereskedésben. A dobozokon matrica jelzi a dobozban lévő kövek színét. Átlagosan minden századik dobozban rossz a matrica: szürke helyett sárga vagy fordítva. (Ezt tekinthetjük úgy, hogy $0,01$ annak a valószínűsége, hogy rossz matrica került a dobozra.) Péter kiválaszt 21 szürke jelzésű dobozt, és ellenőrzi a dobozokban lévő kövek színét.

d) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a 21 kiválasztott doboz közül legalább 20 dobozban valóban szürke kő van?



Pontszámok:

13a	13b	13c	14a	14b	14c	15a	15b	15c	16a	16b	16c	16d	17a	17b	17c	18a	18b	18c	18d
	2	5	3	3	6	3	3	5	3	4	4	6	5	6	6	2	6	4	5