

II.

13. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $\frac{3x+1}{2} + \frac{x-1}{3} = 13$

b) $\sqrt{x-1} = 7-x$

14. a) Egy **mértani sorozat** első tagja 0,75, negyedik tagja 6. Határozza meg a sorozat hányadosát és első húsz tagjának összegét!

b) Egy **számtani sorozat** első három tagjának összege 18. A harmadik és a negyedik tag összege 28-cal nagyobb az első és a második tag összegénél. Határozza meg a sorozat első tagját és különbségét, valamint a sorozat első húsz tagjának összegét!

15. Egy dobozkészlet három, vékony fémlémezből készült forgáshenger alakú dobozból áll. A legnagyobb doboz alaplapjának sugara 13 cm, magassága 18 cm. (A lemez vastagságától eltekintünk.)



a) Számítsa ki, hány liter a legnagyobb fémdoboz térfogata!

Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

A doboz elkészítéséhez (az illesztések, a dobozfedő pereme, illetve az anyagvesztés miatt) 18%-kal több lemezre van szükség, mint amennyi egy ugyanekkora forgáshenger felszíne.

b) Hány négyzetméter lemez szükséges ahhoz, hogy a legnagyobb dobozból el lehessen készíteni 1000 darabot?

A dobozok ára egyenesen arányos az elkészítésükhöz szükséges lemez területével. A legkisebb doboz 800 cm^2 , a középső 2000 cm^2 lemezből készül el. A két doboz ára összesen 2100 Ft.

c) Mennyibe kerül a legkisebb, és mennyibe kerül a középső doboz?

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

16. Adottak a koordináta-rendszerben az $A(0; 4)$, $B(1; 0)$, $C(6; 2)$ és $D(5; 6)$ pontok.

a) Írja fel az A és B pontokra illeszkedő egyenes egyenletét!

b) Mutassa meg, hogy az $ABCD$ négyszög paralelogramma!

c) Számítsa ki az $ABCD$ paralelogramma B csúcsánál lévő belső szög nagyságát!

A sokszögeket a csúcsaikhoz írt nagybetűkkel jelöljük (pl. $ABCD$, $EFGH$). A betűzés akkor „szabályos”, ha valamelyik csúcsból kiindulva és az egyik körüljárási irányban haladva a betűk ábécésorrendben követik egymást.

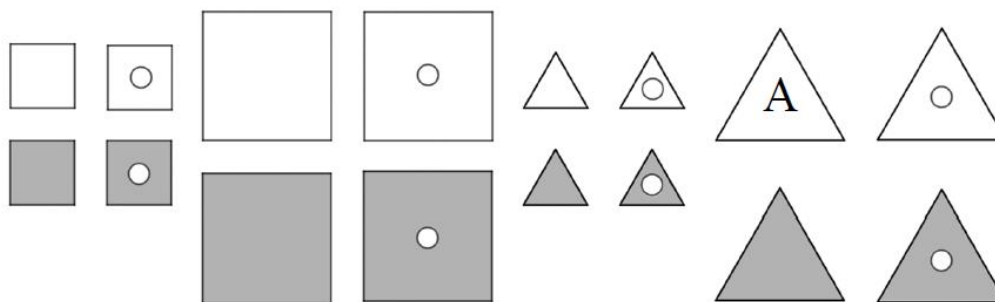
d) Egy négyszög négy csúcsához az E , F , G és H betűket írjuk véletlenszerű sorrendben.

Mennyi a valószínűsége annak, hogy a betűzés szabályos lesz?

17. Az ábrán látható, 16 elemű logikai készletben minden elemnek négy tulajdonsága van:

- lehet kicsi vagy nagy;
- lehet fehér vagy szürke;
- lehet lyukas vagy nem lyukas;
- lehet négyzet vagy háromszög.

A készlet egyik elemét egy **A** betűvel megjelöltük.



a) Helyezze el a halmazábrába az **A**-val jelölt elemet (írjon a megfelelő részbe egy **A** betűt)!

b) **Karikázza be** a fenti készletben az összes olyan elemet, amelyek a satírozott részhalmazba tartoznak!

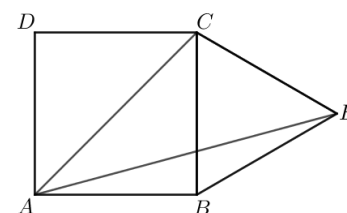
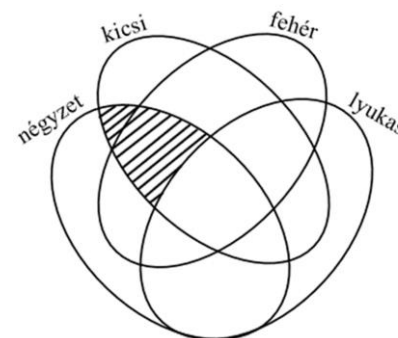
A 16 elemű készletből véletlenszerűen kihúzzunk két elemet (visszatevés nélkül).

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy mindkét kihúzott elem kicsi háromszög?

Az $ABCD$ négyzet oldala 3 cm hosszú. A négyzet BC oldalára kifelé megrajzoltuk a BCE szabályos háromszöget az ábrán látható módon.

d) Hány négyzetcentiméter az ACE háromszög területe?

e) Igazolja, hogy az ACE háromszög körülírt körének középpontja a B pont!



18. Andrea és Balázs *kockarulettet* játszanak. Egy játék abból áll, hogy két szabályos dobókockával egyszerre dobnak. A dobás előtt a játékszervényen megadott öt eseményre lehet fogadni úgy, hogy a játékosok minden játék előtt beírják a tétjeiket a játékszervény megfelelő oszlopába. A tétként feltett pontokat levonják a játékos pontszámából. A szervényen látható az egyes eseményekre a nyeréményszorzó is, ami megmutatja, hogy a tétként feltett pontok hányszorosát kapják meg nyereményként, amennyiben az esemény bekövetkezik.

A játékosok 100 ponttal indulnak. A lenti ábrán Andrea játékszervényét látjuk. Az 1. játékban 10-10-10 pontot tett fel három eseményre, és ezek után az 1 és 4 számokat dobták a kockákkal. Andrea az első téttel nem nyert, de a másik kettővel $3 \cdot 10$, illetve $2 \cdot 10$ pontot nyert. Összesen 30 pontot tett fel, és 50 pontot nyert, tehát az 1. játék után 120 pontja lett, ennyivel kezdi a 2. játékot.

ESEMÉNY	nyeréményszorzó	TÉTEK		
		1. játék	2. játék	3. játék
A: két páros számot dobunk	4	10		
B: az egyik szám páros, a másik páratlan	3	0		
C: a számok összege kisebb, mint 6	3	10		
D: a számok szorzata páros	2	10		
E: dobunk 6-ost	3	0		
	összes tét	50		
	nyeremény	50		
	pontszám a játék után	120		
	dobott számok	1, 4		

- a) A 2. játékban Andrea ugyanerre a három eseményre fogadott 20-20-20 ponttal, és mindhárom tétjével nyert. Melyik számokat dobták a 2. játékban, és mennyi lett Andrea pontszáma a 2. játék után?
- b) A 3. játékban Andrea az első három eseményre fogadott 10-10-10 ponttal, de egyikkel sem nyert. Melyik számokat dobhatták a 3. játékban?
- c) Balázs az egyik játékban az A, a D és az E eseményre fogadott összesen 70 ponttal, és mindhárom tétjével nyert. Az E eseményre éppen kétszer annyi tétet tett, mint az A-ra. Hány ponttal fogadott Balázs az A eseményre, ha összesen 200 pont lett a **nyereménye**?
- d) Egy másik napon már három, különböző színű szabályos dobókockával dobtak egyszerre. Az új játékhoz új eseményeket találtak ki, az egyik esemény ez volt:

Dobunk 5-öst

Számítsa ki ennek az eseménynek a valószínűségét!

Pontszámok:

13a	13b	14a	14b	15a	15b	15c	16a	16b	16c	16d	17a	17b	17c	17d	17e	18a	18b	18c	18d
5	6	5	7	4	5	4	3	3	6	5	2	2	4	6	3	4	3	6	4