

II.

13. Az 1, 2, 3, 4, 5 és 6 számokat leírtuk egy lapra. Két különböző számot pontosan akkor kötünk össze egy vonallal (élel), ha az egyik szám osztója a másiknak (de egyik számot sem kötjük össze önmagával). Így egy hatpontú gráfot kapunk.

6 5

a) Rajzolja fel a kapott gráfot!

b) Adja meg az alábbi két állítás logikai értékét (igaz vagy hamis)! Válaszait indokolja!

1 4

I. Van olyan pozitív egész szám, amelynek 4 darab pozitív osztója van.

II. Ha az n egész szám nem osztója az m egész számnak, akkor n és m relatív prímek.

2 3

Tekintsük az alábbi két eseményt.

A: Egy szabályos dobókockával egyszer dobva a dobott szám osztója a 24-nek.

B: Egy szabályos dobókockával kétszer dobva egyik dobás sem 6-os.

c) Melyik eseménynek nagyobb a valószínűsége?

14. Fizikaórán egy lejtőn lecsúszó test gyorsulását vizsgálták pármunkában a tanulók. A hat mérőpár mindegyike négy mérést végzett.

Az Emma-Norbi mérőpár négy mérésének eredménye:

	1. mérés	2. mérés	3. mérés	4. mérés
gyorsulás (m/s^2)	1,9	2,0	1,8	2,3

a) Számítsa ki Emma és Norbi négy mérésének a szórását!

A másik öt mérőpár 20 mérésének átlaga pontosan $1,9 m/s^2$ lett.

b) Mennyi a hat mérőpár 24 mérésének átlaga? Válaszát két tizedesjegyre kerekítve adja meg!

Egy másik mérés alkalmával a tanulók a talaj szintjéről függőlegesen fellőtt, majd a talajra visszahulló golyó mozgását vizsgálták. Méréseik szerint a golyó talajtól mért h távolsága a következő összefüggésben van a fellövés pillanatától eltelt t idővel:

$h(t) = 6t - 5t^2$. (Az időt másodpercben, a távolságot méterben mérjük.)

c) A képlet alapján hány méterre van a talajtól a golyó a fellövéstől számított 0,5 másodperc elteltével?

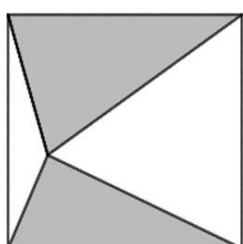
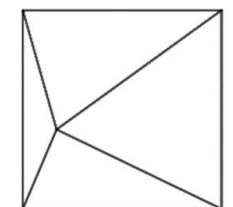
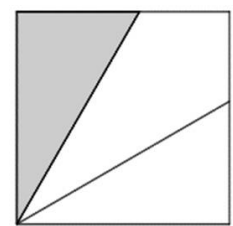
d) A fellövéstől számítva hány másodperc elteltével lesz a golyó a talaj fölött 1 méter magasságban?

15. Egy 4 cm oldalú négyzetbe két olyan szakaszt húzunk, amelyek az egyik csúcsnál lévő derékszöveget harmadolják.

a) Mekkora az így keletkező, az ábrán szürkére színezett háromszög területe?

Jelöljük ki egy ugyanekkora négyzetnek egy belső pontját, és a pontot kössük össze a négyzet csúcsaival az ábrán látható módon. A keletkező háromszögek belsejét kiszínezzük kék, zöld vagy sárga színnel. Mindhárom színt felhasználjuk, és minden háromszöveget csak egy színnel színezzük. Az oldalukkal egymáshoz csatlakozó háromszögek nem lehetnek azonos színűek.

b) Hányféleképpen színezzhető ki a négyzet a feltételeknek megfelelően?



Tekintsük a 4 cm oldalú négyzetbe rajzolt háromszögek közül a két-két szemközi háromszög területének összegét.

c) Igazolja, hogy ez a két területösszeg egyenlő, azaz az ábrán látható szürke terület ugyanakkora, mint a fehér terület!

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

16. Oldja meg az alábbi két egyenletet a valós számok halmazán!

a) $2 \cdot \sqrt{3-x} = x+5$

b) $\frac{x}{x+1} + \frac{x^2}{x^2-1} = 2$

Egy számtani sorozat első tagja 18. A sorozat első hat tagjának összege egyenlő a sorozat első hét tagjának összegével.

c) Mutassa meg, hogy a sorozat első tizenhárom tagjának az összege 0, és számítsa ki a sorozat tizenharmadik tagját!

17. A 2018-as esztendőben az *A* kisüzem 500 millió forint, a *B* kisüzem 400 millió forint értékű terméket állított elő. A hosszú távú fejlesztési tervek szerint az *A* üzem évi 5%-kal, a *B* üzem évi 6%-kal növeli a termelési értékét.

a) Számítsa ki, hogy a tervek szerint a következő 20 év alatt (2019-től 2038-ig) összesen hány millió forint értékű terméket állítanak elő az *A* üzemben!

Egy gazdasággal foglalkozó portálon nyilvánosságra hozták a fenti terveket. A cikkhez kapcsolódó fórumon vita bontakozott ki. Az egyik hozzászóló szerint a következő időszakban évről évre egyre kisebb lesz a két üzem éves termelési értéke közötti különbség.

b) Számítsa ki a megadott táblázat hiányzó adatait, és igazolja, hogy ez a kijelentés nem igaz!

	2018	2019	2020	2021
<i>A</i> üzem termelésének értéke (millió Ft)	500			
<i>B</i> üzem termelésének értéke (millió Ft)	400			

A vitafórum egy másik résztvevője szerint éppen ellenkezőleg: a két üzem éves termelési értéke közötti különbség az évek múlásával egyre nagyobb lesz, és a *B* üzem termelési értéke soha nem fogja meghaladni az *A* üzem termelési értékét. Egy harmadik hozzászóló szerint ez sem igaz.

c) Számítsa ki, melyik évben éri utol a *B* üzem termelésének értéke az *A* üzem termelésének értékét! (Feltételezzük, hogy a termelések értéke valóban a tervek szerint alakul.)

18. A Gömbvarázs desszert dobozának alakja szabályos hatszög alapú hasáb, melynek minden alapéle 5 cm, magassága pedig 3 cm hosszú. A desszert hat csokigömböt tartalmaz. Mindegyik csokigömb átmérője 2,8 cm.

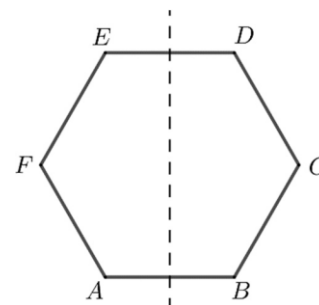
a) Hány százaléka a hat csokigömb térfogata a doboz térfogatának?

A Gömbvarázs desszertbe kerülő csokigömböket arany színű vagy piros papírba csomagolják. Az adagológép véletlenszerűen, egyesével ejt 1/3 valószínűséggel piros, 2/3 valószínűséggel pedig arany színű gömböt a dobozokba, mindegyikbe összesen hatot.

b) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy az egy dobozba kerülő hat gömb közül legalább öt arany színű!

Az *ABCDEF* szabályos hatszög minden oldala 5 cm hosszú. A hatszöget megforgatjuk az *AB* oldal felezőmerőlegese körül.

c) Számítsa ki az így keletkező forgástest felszínét!



Pontszámok:

13a	13b	13c	14a	14b	14c	14d	15a	15b	15c	16a	16b	16c	17a	17b	17c	18a	18b	18c
3	4	5	3	4	2	3	4	4	4	6	5	6	4	6	7	7	5	5